TRIGONOMETRIA

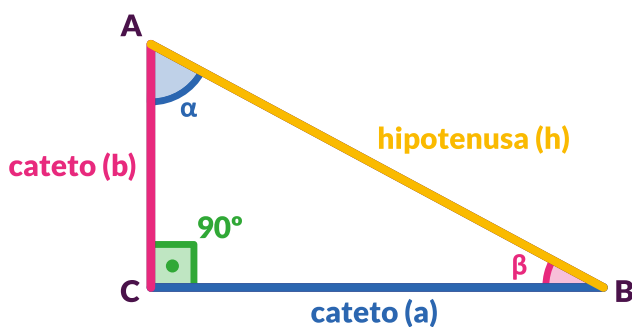
MÓDULO 13 | TRIGONOMETRIA

mundo matemática

mundo matemática

TRIGONOMETRIA

TRIÂNGULO RETÂNGULO

Triângulo retângulo é todo aquele em que a medida de um de seus ângulos internos é igual 90° (ângulo reto). No triângulo retângulo ABC, o ângulo C é reto, o lado oposto ao ângulo reto (h) é chamado de **hipotenusa**, e os outros dois lados (a e b) são chamados de **catetos**.

Em todo triângulo retângulo, a soma das medidas dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa (Teorema de Pitágoras):

$$a^2 + b^2 = h^2$$

Vamos definir as seguintes razões entre as medidas de seus lados:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{CO}{HIP} = \frac{a}{h}$$

$$\cos \alpha = \frac{CA}{HIP} = \frac{b}{h}$$

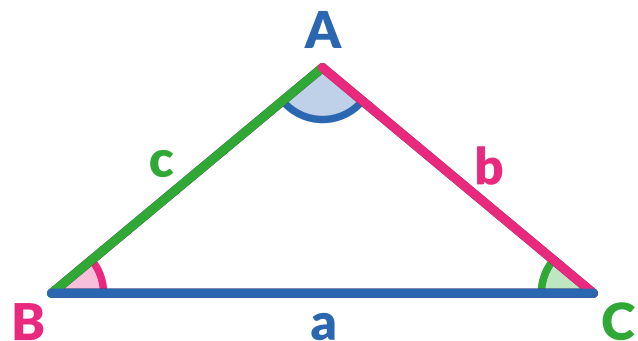
$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \frac{CO}{CA} = \frac{a}{b}$$

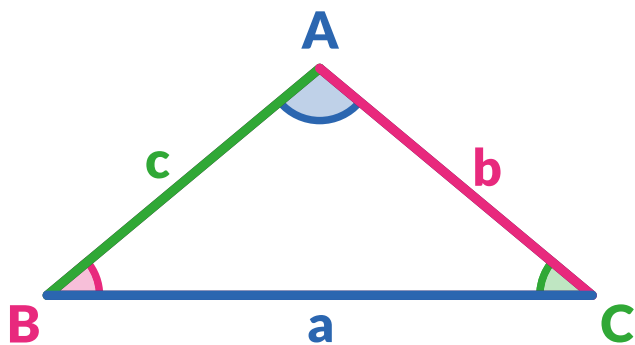
ARCOS NOTÁVEIS

α	30°	45°	60°
sen α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

TRIÂNGULO QUALQUER

Para determinar a medida dos lados ou a medida dos ângulos de qualquer triângulo, seja ele retângulo ou não, utilizaremos duas leis, a lei dos senos e lei dos cossenos.

LEI DOS SENOS: em todo triângulo, os lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos a eles.

$$\frac{a}{\text{sen}\,\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}\,\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen}\,\hat{C}}$$

LEI DOS COSSENOS: em todo triângulo, o quadrado de qualquer um dos lados é igual à soma dos quadrados dos outros dois, diminuída do dobro do produto desses lados pelo cosseno do ângulo por eles formado.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\hat{A}$$

OBSERVAÇÕES

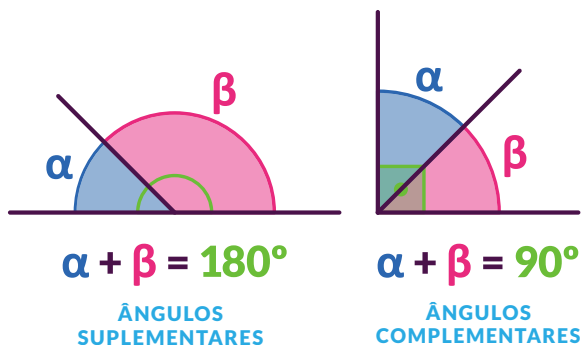
— Usamos a lei dos senos quando conhecidos dois ângulos internos e um lado do triângulo, ou seja, quando temos MAIS ÂNGULOS.

— Usamos a lei dos cossenos quando conhecidos dois lados e um ângulo do triângulo, isto é, quando temos MAIS LADOS.

— O seno de qualquer ângulo θ (0° < θ < 180°) é igual ao seno do seu suplemento.

— O cosseno de qualquer ângulo θ (0° < θ < 180°) é igual ao oposto do cosseno do seu suplemento

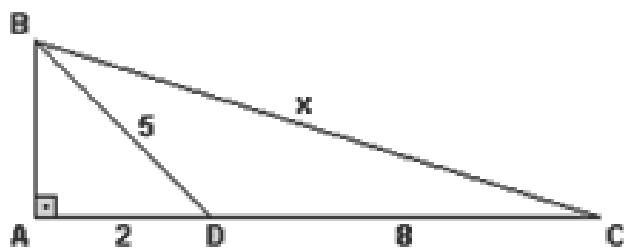
— Dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é 180º.

— Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é 90º.

EXERCÍCIOS

MÓDULO 13 | TRIGONOMETRIA

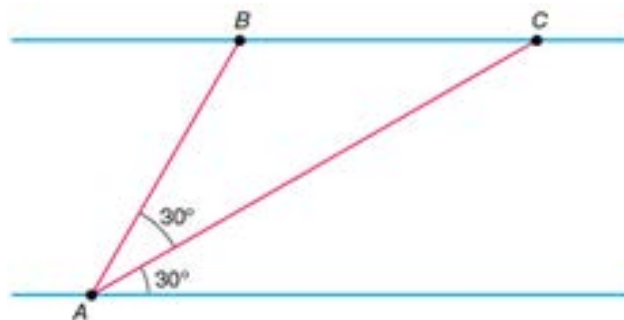
1. (UEMG/2010) Na figura a seguir, um fazendeiro F dista 600 m da base da montanha (ponto B). A medida do ângulo AFB é igual a 30º. Ao calcular a altura da montanha, em metros, o fazendeiro encontrou a medida correspondente a:

a) $200\sqrt{3}$ b) $100\sqrt{2}$ c) $150\sqrt{3}$ d) $250\sqrt{2}$

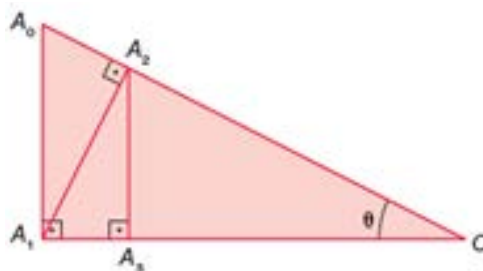
2. (PUC-RS) Na figura, o triângulo ABC é retângulo em Â. Sabendo-se que AD = 2, CD = 8 e BD = 5, a medida do lado BC é

a) 11 b) 12 c) 13 d) 14

3. Um navio, navegando em linha reta, passa sucessivamente pelos pontos A, B e C. Quando o navio está em A, o comandante observa um farol em L, e calcula o ângulo LÂC = 30º. Após navegar 4 milhas até B, verifica o ângulo LBC = 45º. Quantas milhas separam o farol do ponto B?

a) $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ b) $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ c) $6(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ d) $2(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ e) $3(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

4. Em um trecho de um rio, em que as margens são paralelas entre si, dois barcos partem de um mesmo ancoradouro (ponto A), cada qual seguindo em linha reta e em direção a um respectivo ancoradouro localizado na margem oposta (pontos B e C), como está representado na figura abaixo.

Se nesse trecho o rio tem 900 metros de largura, a distância, em metros, entre os ancoradouros localizados em B e C é igual a:

a) $900\sqrt{3}$ b) $720\sqrt{3}$ c) $650\sqrt{3}$ d) $620\sqrt{3}$ e) $600\sqrt{3}$

5. Considerando os segmentos A_0A_1, A_1A_2 e A_2A_3 da figura ao lado, na qual cada segmento é perpendicular a um lado do ângulo θ. Se a medida do segmento A_0A_1 é 1 e θ = 30º, a medida do segmento A_2A_3 é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) 1/4 c) 1/2 d) 3/4t

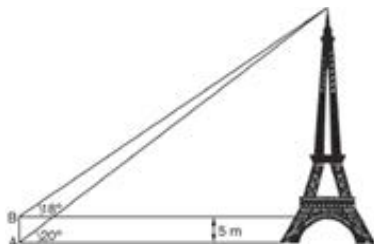
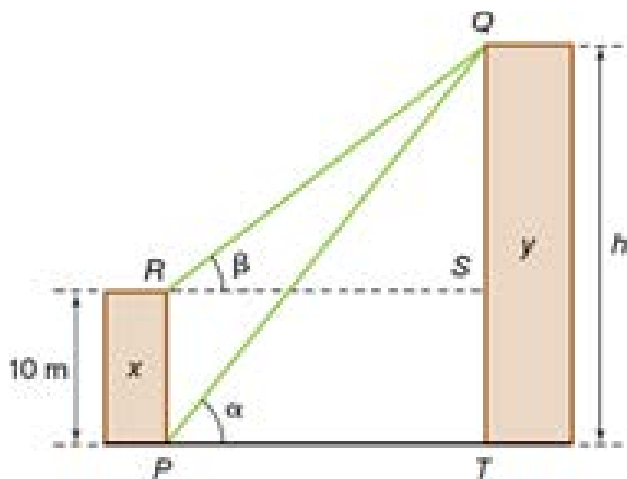
6. De um ponto A, situado no mesmo nível da base de uma torre, o ângulo de elevação do topo da torre é de 20°. De um ponto B, situado na mesma vertical de A e 5 m acima, o ângulo de elevação do topo da torre é de 18°. Qual a altura da torre? *Dados: use as aproximações tg 20° = 0,36 e tg 18° = 0,32.*

a) 42 m

b) 43 m

c) 44 m

d) 45 m

e) 46 m

7. (UNESP) Dois edifícios, X e Y, estão um em frente ao outro, num terreno plano. Um observador, no pé do edifício X (ponto P), mede um ângulo α em relação ao topo do edifício Y (ponto Q). Depois disso, no topo do edifício X, num ponto R, de forma que RPTS formem um retângulo e QT seja perpendicular a PT, esse observador mede um ângulo β em relação ao ponto Q no edifício Y.

Sabendo que a altura do edifício X é 10 m e que 3 tgα = 4 tg β, a altura h do edifício Y, em metros, é:

a) 40/3

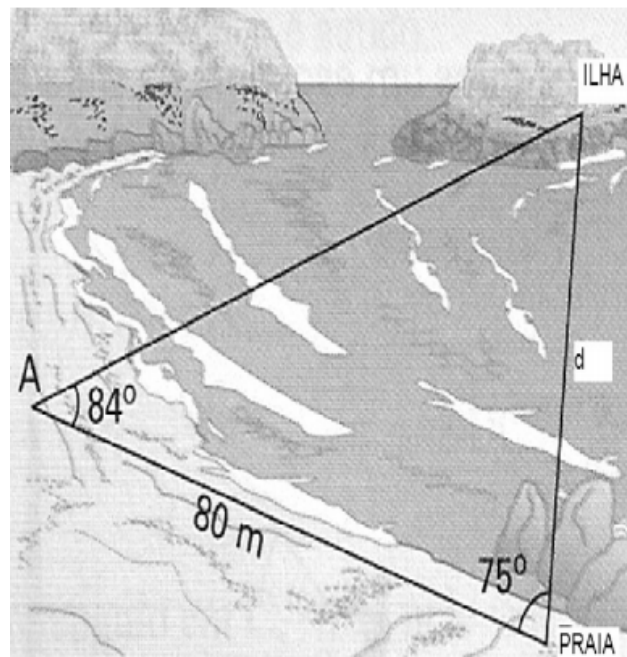
b) 50/4

c) 30

d) 40

e) 50

8. (UNIFRA/2013) Observando a ilustração abaixo, determinar a distância, d, entre a ilha e a praia.

(Dados: sen 84° = 0,99 , sen 75° = 0,97 e sen 21° = 0,36)

a) 74 m

b) 76 m

c) 198 m

d) 200 m

e) 220 m

9. (UNIFRA INV/2013) O navio A deixa o porto navegando em direção ao norte a uma velocidade de 25 km/h. Após meia hora, o navio B deixa o mesmo porto, navegando em direção ao leste a uma velocidade de 20 km/h. Meia hora depois, a distância entre os navios A e B é

a) de 27 km.

b) menor do que 27 km.

c) de 30 km.

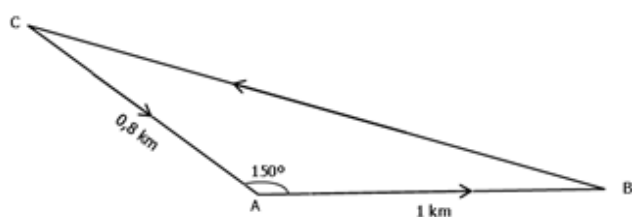
d) maior do que 30 km.

e) maior do que 27 km, mas menor do que 30 km.

10. (UNIFRA/2009) Na Praça dos Três Poderes, em Brasília – DF, está o Mastro da Bandeira. Sua construção foi feita em aço e é considerada a maior do gênero, no mundo, para bandeiras nacionais. Tal mastro está localizado em um terreno plano e horizontal. Sobre o terreno, tomam-se dois pontos, A e B, distantes 120 m um do outro e pertencentes a uma mesma semi-reta de origem na base do mastro. Do ponto A, vê-se o ponto P mais alto da torre, sob um ângulo de 30° com o plano do terreno; do ponto B, vê-se P sob um ângulo de 60° com o plano do terreno. Assim a altura do mastro, em m, é

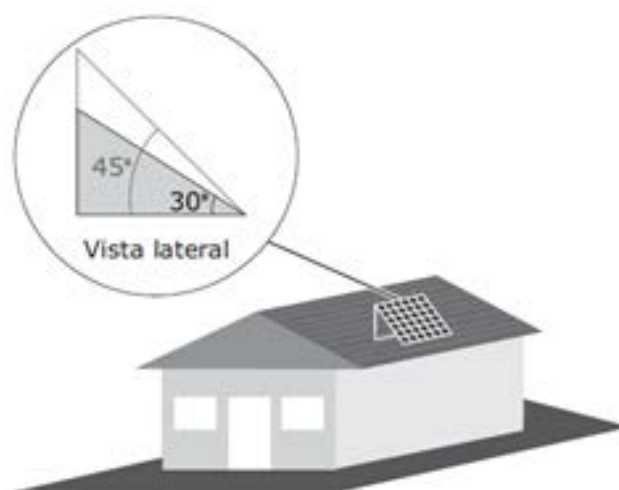
a) 60 b) $60\sqrt{3}$ c) 120 d) $120\sqrt{3}$ e) 90

11. (UFSM/2013) A caminhada é uma das atividades físicas que, quando realizada com frequência, torna-se eficaz na prevenção de doenças crônicas e na melhoria da qualidade de vida. Para a prática de uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A, passa pelos pontos B e C e retorna ao ponto A, conforme trajeto indicado na figura.

Quantos quilômetros ela terá caminhado, se percorrer todo o trajeto? *Dado* $\sqrt{3} = 1{,}7$.

a) 2,29. b) 2,33. c) 3,16 d) 3,50 e) 4,80.

12. (UCS INV/2015) Uma escada está apoiada em uma parede a uma altura de 16 m do solo plano. A distância do pé da escada até a parede é igual a 12m. O centro de gravidade da escada está a um terço do comprimento dela, medido a partir do seu apoio no chão. Nessa situação, o comprimento da escada e a altura aproximada do seu centro de gravidade até o chão são, respectivamente, iguais a

a) 20 m e 5,3 m.
b) 20 m e 6,6 m.
c) 28 m e 9,3 m.
d) $\sqrt{56}$ m e 5,3 m.
e) $\sqrt{56}$ m e 2,6 m.

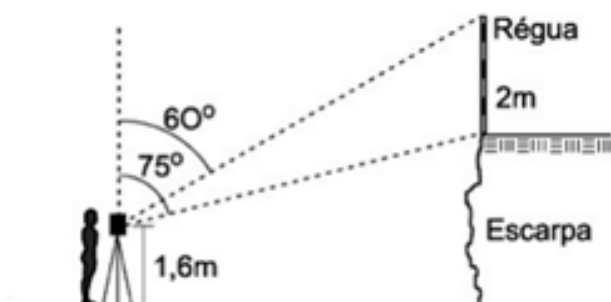
13. (UFSM/2016) Nos últimos anos, a busca por fontes de energia renováveis tem se intensificado; uma das razões é a crise hídrica mundial. Uma importante fonte de energia renovável são as placas solares. Para uma melhor captação de energia, as placas devem ser instaladas levando em consideração a latitude da cidade.

Em uma cidade, as placas devem ser instaladas com inclinação de 45°. Considere uma placa quadrada de 1 metro de lado, que deve ser instalada em uma residência cujo telhado tem inclinação de 30°, conforme a figura a seguir.

Qual e a altura da borda superior da placa até o telhado?

a) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$
b) $\dfrac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}$
c) $\sqrt{2}-1$
d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

14. (UCS INV/2013) Um terreno tem a forma de um triângulo retângulo em que um dos ângulos mede 60°, e a medida do cateto adjacente a esse ângulo é igual a 12 metros. As outras duas medidas desse terreno são, em metros, iguais a

a) 12 e $24\sqrt{3}$. b) 12 e $8\sqrt{3}$. c) 8 e $12\sqrt{3}$. d) 24 e $12\sqrt{3}$. e) 24 e $8\sqrt{3}$.

15. De uma praia, um topógrafo observa uma pequena escarpa sobre a qual foi colocada, na vertical, uma régua de 2 m de comprimento. Usando seu teodolito, o topógrafo constatou que o ângulo formado entre a reta vertical que passa pelo teodolito e o segmento de reta que une o teodolito ao topo da régua é de 60°, enquanto o ângulo formado entre a mesma reta vertical e o segmento que une o teodolito à base da régua é de 75°.

Sabendo que o teodolito está a uma altura de 1,6m do nível da base da escarpa, marque a opção que corresponde à altura da escarpa em metros.

Dados: $\sqrt{3}=1,73$; $tg75°=\sqrt{3}+2$

a) 2,13

b) 2,53

c) 2,83

d) 3,33

e) 3,53

GABARITO:
1A; 2A; 3D; 4A; 5D; 6D; 7D; 8E; 9B; 10B; 11D; 12A; 13B; 14D; 15D.